

## ***Decisioni in condizioni di incertezza. Alcuni richiami***

Un'azione o decisione in condizioni di *incertezza* può generare diversi esiti o eventi, ognuno con una certa probabilità di verificarsi. Si definisce “prospetto” o “lotteria” una distribuzione di probabilità associata a dei premi o payoff monetari. Le decisioni dei soggetti economici in condizioni di incertezza possono essere rappresentate come la scelta di un determinato prospetto all'interno di un insieme di alternative.

Nel caso in cui gli individui non si preoccupano affatto del rischio connesso alla scelta di un prospetto incerto, sono cioè neutrali al rischio, le loro decisioni sono guidate unicamente dal valore atteso, che rappresenta la media ponderata dei possibili valori monetari di un prospetto, i cui pesi sono dati dalle rispettive probabilità. Tra diverse alternative aleatorie, gli individui scelgono il prospetto con il più alto valore atteso.

Tuttavia, la maggior parte degli individui non è indifferente al rischio. In questo caso, per spiegare le scelte in condizioni di incertezza gli economisti fanno uso della teoria dell'utilità attesa, secondo la quale tra diversi prospetti alternativi gli individui scelgono quello con la *maggior utilità attesa*, piuttosto che quello con il *maggior valore atteso*. La teoria dell'utilità attesa consente così di tener conto dell'atteggiamento degli individui rispetto al rischio e di trattare le scelte in un ambiente incerto in modo analogo alle scelte in condizioni di certezza.

Secondo questo approccio, ad ogni possibile risultato  $x$  di un prospetto è assegnato un certo valore sulla base della funzione di utilità dell'individuo  $u(x)$ . A seconda della forma assunta dalla funzione di utilità è possibile rappresentare i diversi atteggiamenti degli individui nei confronti del rischio. L'utilità attesa di un prospetto è ottenuta come la media ponderata delle utilità associate ad ogni possibile esito, con il peso determinato dalle rispettive probabilità.

Per fare un esempio numerico, prendiamo in considerazione un contratto che stabilisce una remunerazione  $R$  di questo tipo: il lavoratore riceve 600 euro al verificarsi di un certo evento  $E_1$ , che ha una probabilità del 50%, oppure 2.400 euro al verificarsi di un altro evento  $E_2$ , con probabilità del 50%.

Il *valore atteso*  $E(R)$  della remunerazione è così pari a:

$$E(R) = 0.5 \cdot 600 + 0.5 \cdot 2400 = 1500$$

Per calcolare l'utilità attesa è necessario usare la funzione di utilità dell'individuo – che, per le ragioni chiarite in seguito, supponiamo assuma la seguente forma:  $u(x) = \sqrt{x}$  – e trasformare i valori monetari relativi ai vari esiti negli indici di utilità. L'utilità attesa della remunerazione  $R$ ,  $UA(R)$ , è così uguale a:

$$UA(R) = 0.5 \cdot \sqrt{600} + 0.5 \cdot \sqrt{2400} = 36.74$$

Secondo la funzione di utilità  $u(x)$ , l'utilità dell'individuo se ottenesse, invece del prospetto incerto, un pagamento certo pari al valore atteso di  $E(R)=1500$  sarebbe data da:  $u(E(R))=\sqrt{1500}=38.73$ . Dal confronto tra i livelli di utilità, è chiaro, pertanto, che egli preferisce una remunerazione certa piuttosto che un reddito incerto.

Un aspetto fondamentale delle scelte in condizioni di incertezza è l'atteggiamento degli individui rispetto al rischio, che può essere di avversione, neutralità o propensione.

Un *individuo avverso al rischio* preferisce ricevere un reddito certo  $\bar{x}$  piuttosto che disporre di un prospetto incerto il cui valore atteso corrisponde a  $\bar{x}$ . Nell'esempio ora esaminato, si è visto che l'utilità del valore certo pari a  $\bar{x}$ , 38.73, è maggiore dell'utilità attesa dal prospetto, cioè 36.74.

I soggetti avversi al rischio presentano una funzione di utilità concava, cioè una funzione che aumenta a tassi decrescenti all'aumentare dei payoff (come la funzione  $u(x)=\sqrt{x}$  usata nell'esempio precedente), rappresentata nella Figura 4.4.

Una funzione di utilità concava implica – come è evidente dalla forma – che per l'individuo le eventuali perdite hanno un maggior valore (assoluto) dei possibili guadagni. Infatti, la funzione è molto ripida (indicando una notevole riduzione dell'utilità) se i payoff risultano inferiori al valore atteso, mentre è piuttosto piatta (indicando incrementi di utilità contenuti) per payoff maggiori del valore atteso. In altre parole, l'utilità di un euro disponibile nei casi sfavorevoli risulta molto maggiore dell'utilità dello stesso euro nelle circostanze favorevoli.

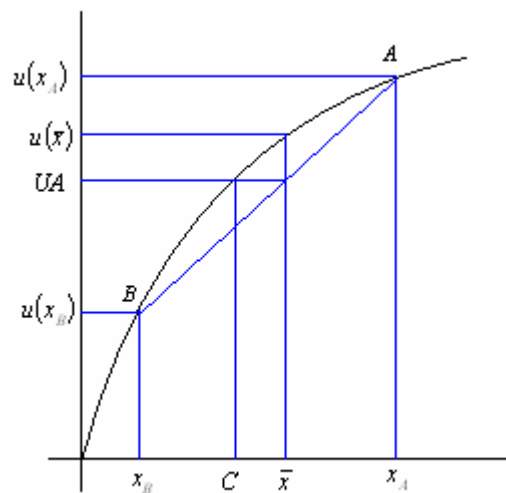


Figura 4.1. La funzione di utilità per un individuo avverso al rischio

Nella Figura 4.4  $x_A$  e  $x_B$  sono i due possibili risultati; l'utilità attesa del prospetto è data dal punto medio sulla corda BA, che corrisponde sull'asse delle ascisse al valore atteso  $\bar{x}$ . Dal grafico si evince anche che l'utilità del valore  $\bar{x}$  è maggiore dell'utilità attesa del prospetto.

Un agente è *neutrale rispetto al rischio* se è indifferente tra un prospetto incerto e un pagamento certo uguale al valore atteso del prospetto. La funzione di utilità per un soggetto neutrale al rischio è lineare. In pratica, un individuo neutrale al rischio assume le decisioni solo sulla base del valore atteso, preferendo i prospetti con valore atteso più alto a prescindere dalla loro rischiosità.<sup>1</sup>

Allo scopo di valutare e misurare l'atteggiamento degli individui nei confronti del rischio, si utilizzano generalmente i concetti di "equivalente certo" e di "premio per il rischio".

L'*equivalente certo* rappresenta quel valore certo  $C$  che l'individuo considera equivalente in termini di utilità al valore incerto del prospetto, cioè quel valore che assicura all'agente la stessa utilità del prospetto incerto. Formalmente:  $u(C) = UA(R)$ .

Per una persona avversa al rischio, l'equivalente certo di un prospetto risulta sempre inferiore al valore atteso dello stesso, cioè un individuo sarebbe disposto a rinunciare al prospetto in cambio di un pagamento certo inferiore al valore atteso. L'equivalente certo del prospetto  $R$ , per l'individuo caratterizzato dalla funzione di utilità  $u(x) = \sqrt{x}$ , può essere calcolato risolvendo la seguente equazione:

$$u(C) = UA(R) \qquad \sqrt{C} = 36.74 \qquad C = 1350$$

Pertanto, l'individuo considera un valore certo di 1350 equivalente alla remunerazione incerta  $R$ , il cui valore atteso è invece pari a 1500. Ciò conferma la sua preferenza ad evitare situazioni rischiose.

Nella Figura 4.4, il punto  $C$  sull'asse delle ascisse, posto in corrispondenza del valore dell'utilità attesa della lotteria, ne rappresenta l'equivalente certo.

La teoria delle decisioni in condizioni di incertezza ha dimostrato che – sotto particolari condizioni tecniche – l'equivalente certo può essere determinato più in generale tramite la seguente formula:

$$[1] \qquad C = E(X) - (1/2)aVar(X)$$

dove  $E(X)$  rappresenta il valore atteso del prospetto  $X$ ,  $a$  è il coefficiente che misura il grado di avversione al rischio ( $a = 0$  indica che l'individuo è neutrale al rischio mentre valori più alti di  $a$  rappresentano una maggiore avversione al rischio) e  $Var(X)$  è la varianza di  $X$ . L'equivalente certo risulta così tanto minore quanto maggiore è l'avversione al rischio dell'individuo e quanto maggiore è la varianza del reddito stocastico.

Il *premio per il rischio* è dato semplicemente dalla differenza tra il valore atteso e l'equivalente certo,  $PR = E(X) - C$ , e rappresenta il prezzo che un individuo avverso al rischio è disposto a pagare per eliminare l'incertezza e assicurarsi un valore certo (oppure, in alternativa, può essere interpretato come il costo monetario che egli sopporta per partecipare a un prospetto incerto). Nell'esempio considerato, il premio per il rischio è pari a:  $PR = 1500 - 1350 = 150$ . Nella Figura 4.4, il premio per il rischio è uguale alla distanza tra  $C$  e  $\bar{x}$ . Usando la formula generale [1], il premio per il rischio può essere scritto come:  $(1/2)aVar(X)$ . Si noti che il premio per il rischio è nullo per un individuo neutrale al rischio, dal momento che l'equivalente certo è esattamente uguale al valore atteso del prospetto.

---

<sup>1</sup> Al contrario, un individuo propenso al rischio preferisce sempre un reddito incerto piuttosto che un pagamento certo corrispondente al valore atteso e ha una funzione di utilità convessa. L'atteggiamento di propensione al rischio è del tutto anomalo e non viene generalmente preso in considerazione.